

# Kvantu dizaini

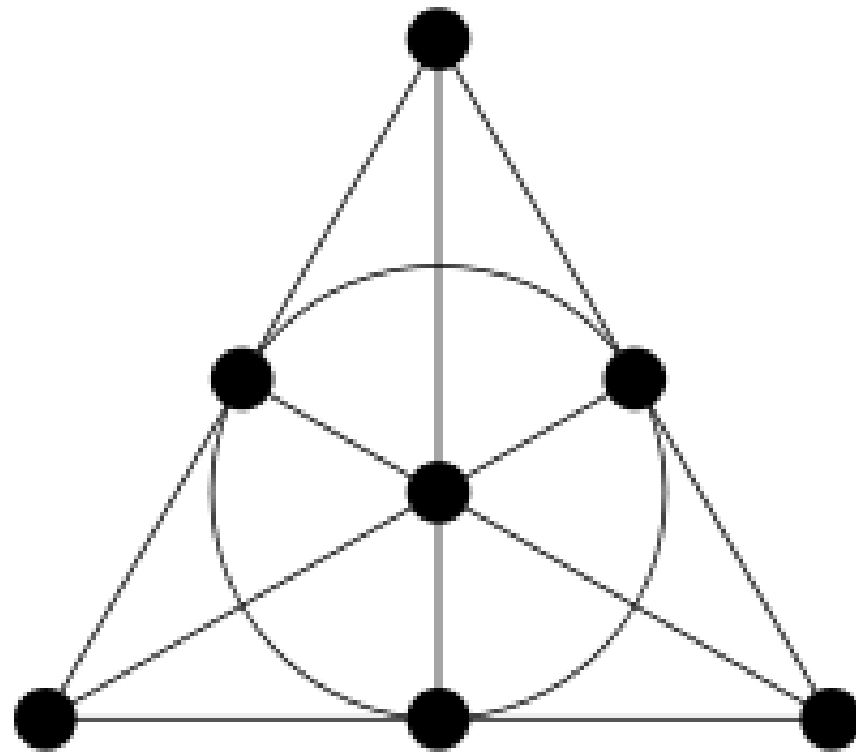
---

JURIS EVERTOVSKIS

DARBA VADĪTĀJS: J. SMOTROVS

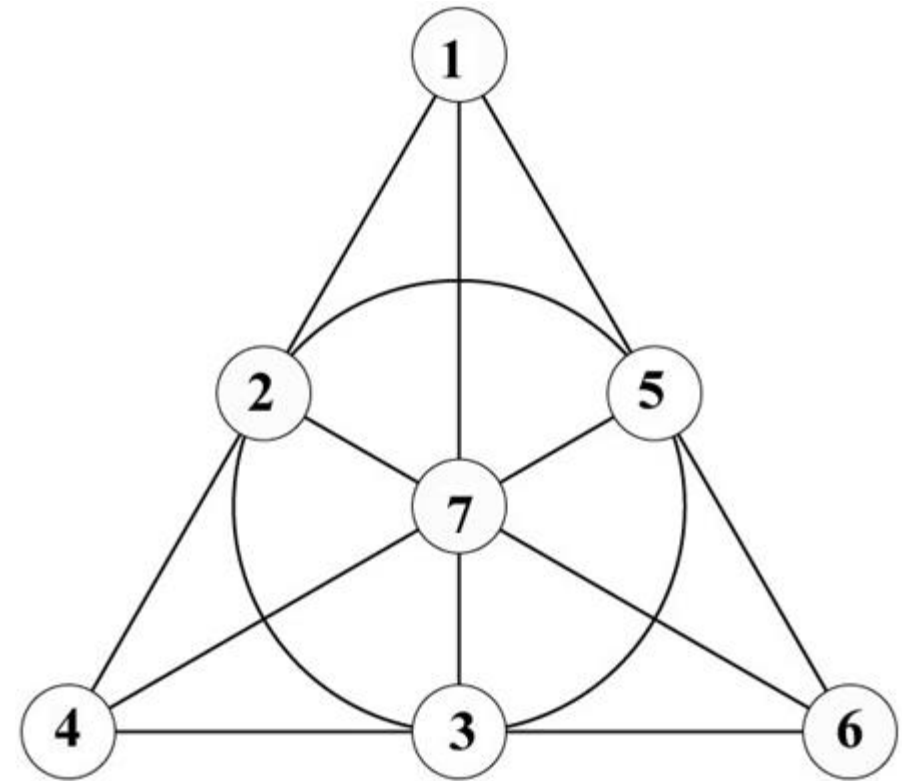
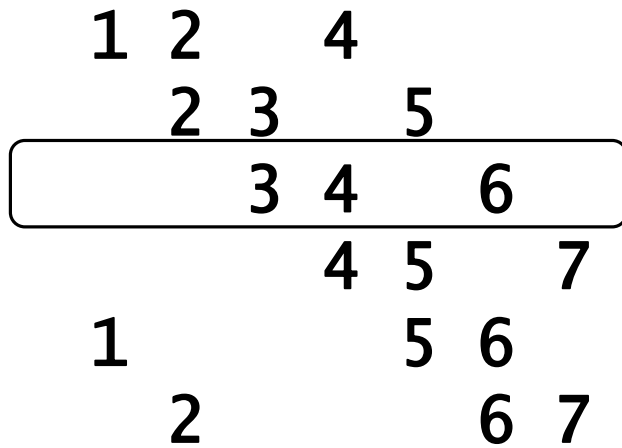
# Kombinatoriskie dizaini

---



# Kombinatoriskie dizaini

---



# Kombinatoriskie dizaini

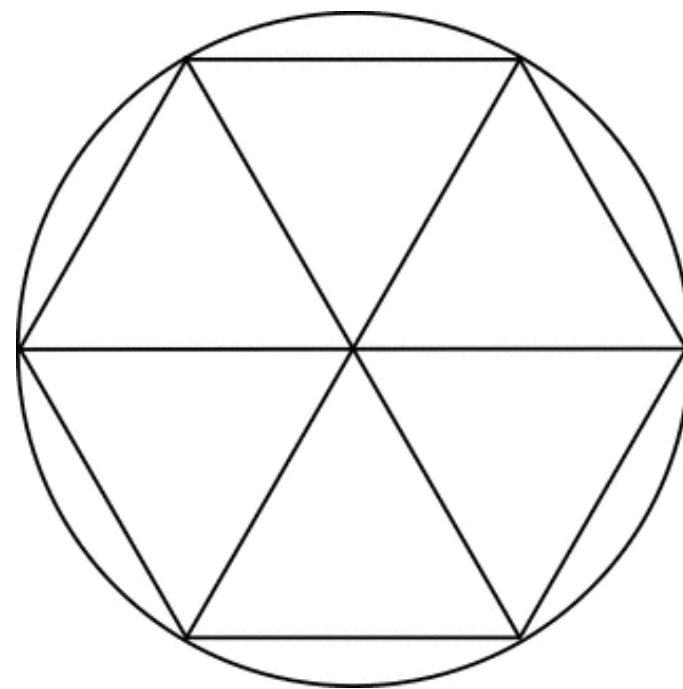
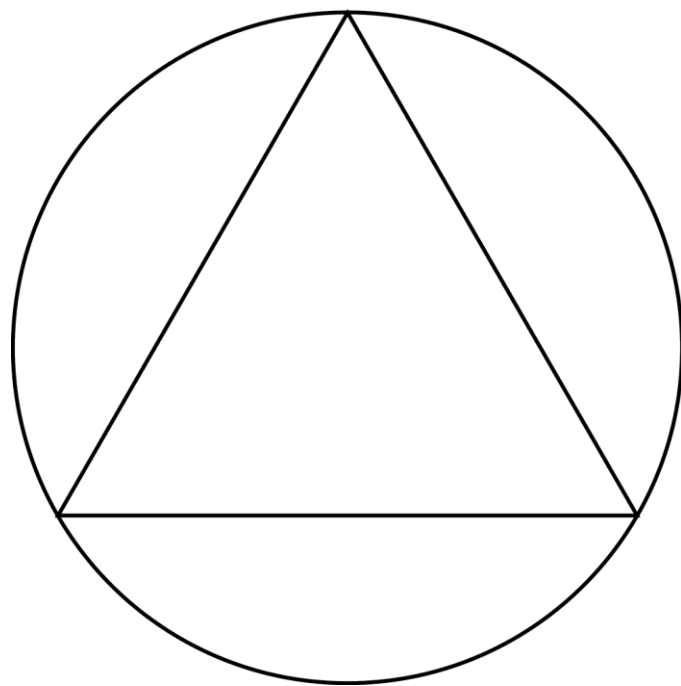
---

5	3			7				
6			1	9	5			
	9	8					6	
8				6				3
4			8		3			1
7				2				6
	6					2	8	
			4	1	9			5
				8			7	9

# Ģeometriskie raksti: sfēriskie t-dizaini

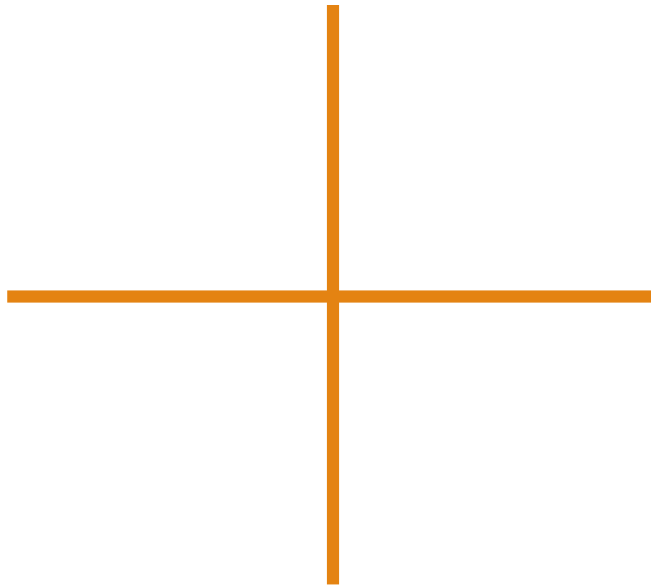
---

$$T = a_{11}x + a_{12}y + a_{21}x^2 + a_{22}xy + a_{23}y^2 + a_{31}x^3 + a_{32}x^2y + a_{33}xy^2 + a_{34}y^3 + \dots$$



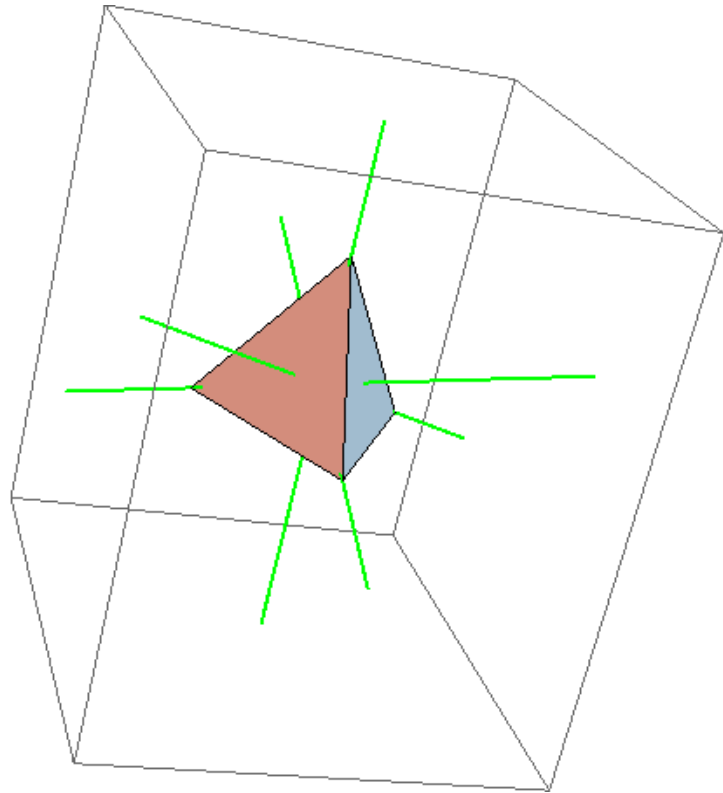
# Ģeometriskie raksti: vienādleņķu taisnes

---



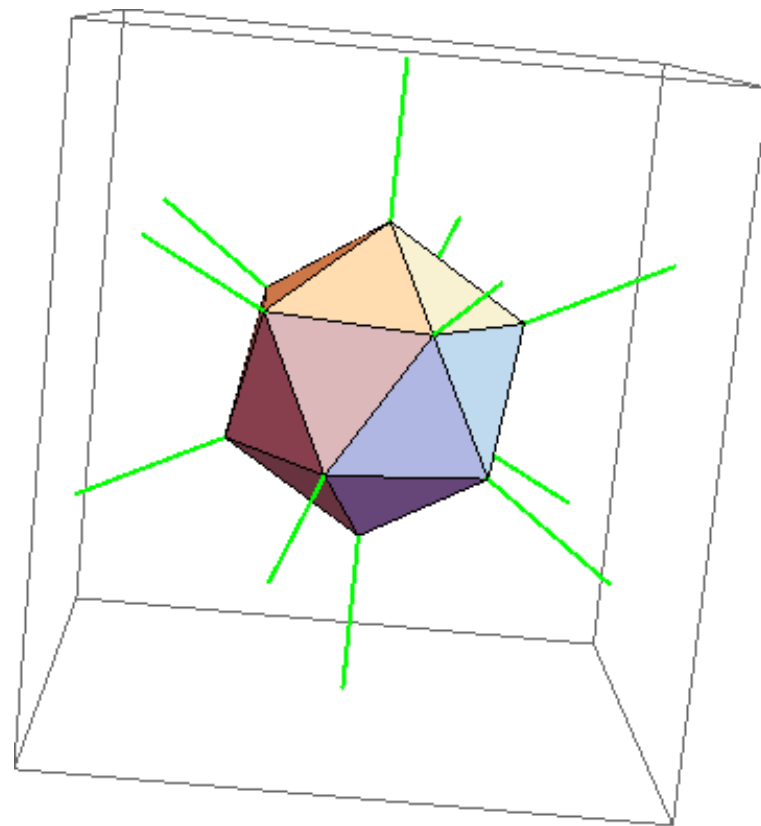
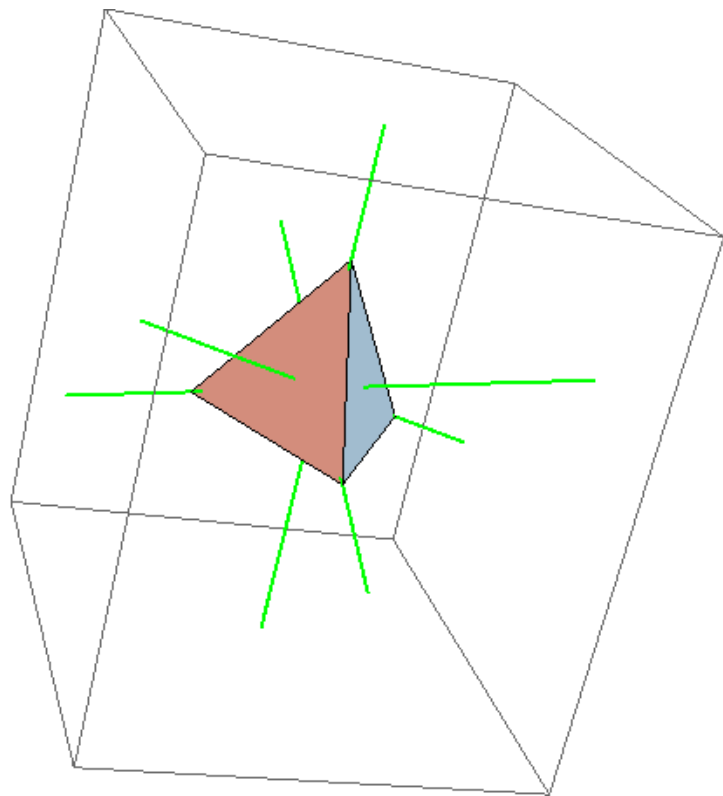
# Ģeometriskie raksti: vienādleņķu taisnes

---



# Ģeometriskie raksti: vienādleņķu taisnes

---





# Ģeometriskie raksti: vienādleņķu taisnes

---

Dim	Taisnes maksimālajā komplektā	Dim	Taisnes maksimālajā komplektā	Dim	Taisnes maksimālajā komplektā
0	0	7		14	
1	1	8		15	
2		9		16	
3		10		17	
4		11		18	
5		12		19	
6		13		20	

# Ģeometriskie raksti: vienādleņķu taisnes

Dim	Taisnes maksimālajā komplektā	Dim	Taisnes maksimālajā komplektā	Dim	Taisnes maksimālajā komplektā
0	0	7		14	
1	1	8		15	
2	3	9		16	
3		10		17	
4		11		18	
5		12		19	
6		13		20	

# Ģeometriskie raksti: vienādleņķu taisnes

---

Dim	Taisnes maksimālajā komplektā	Dim	Taisnes maksimālajā komplektā	Dim	Taisnes maksimālajā komplektā
0	0	7		14	
1	1	8		15	
2	3	9		16	
3	6	10		17	
4		11		18	
5		12		19	
6		13		20	

# Ģeometriskie raksti: vienādleņķu taisnes

Dim	Taisnes maksimālajā komplektā	Dim	Taisnes maksimālajā komplektā	Dim	Taisnes maksimālajā komplektā
0	0	7		14	
1	1	8		15	
2	3	9		16	
3	6	10		17	
4	6	11		18	
5		12		19	
6		13		20	

# Ģeometriskie raksti: vienādleņķu taisnes

Dim	Taisnes maksimālajā komplektā	Dim	Taisnes maksimālajā komplektā	Dim	Taisnes maksimālajā komplektā
0	0	7		14	
1	1	8		15	
2	3	9		16	
3	6	10		17	
4	6	11		18	
5	10	12		19	
6		13		20	

# Ģeometriskie raksti: vienādleņķu taisnes

---

Dim	Taisnes maksimālajā komplektā	Dim	Taisnes maksimālajā komplektā	Dim	Taisnes maksimālajā komplektā
0	0	7		14	
1	1	8		15	
2	3	9		16	
3	6	10		17	
4	6	11		18	
5	10	12		19	
6	16	13		20	

# Ģeometriskie raksti: vienādleņķu taisnes

Dim	Taisnes maksimālajā komplektā	Dim	Taisnes maksimālajā komplektā	Dim	Taisnes maksimālajā komplektā
0	0	7	28	14	
1	1	8		15	
2	3	9		16	
3	6	10		17	
4	6	11		18	
5	10	12		19	
6	16	13		20	

# Ģeometriskie raksti: vienādleņķu taisnes

Dim	Taisnes maksimālajā komplektā	Dim	Taisnes maksimālajā komplektā	Dim	Taisnes maksimālajā komplektā
0	0	7	28	14	
1	1	8	28	15	
2	3	9		16	
3	6	10		17	
4	6	11		18	
5	10	12		19	
6	16	13		20	



# Ģeometriskie raksti: vienādleņķu taisnes

Dim	Taisnes maksimālajā komplektā	Dim	Taisnes maksimālajā komplektā	Dim	Taisnes maksimālajā komplektā
0	0	7	28	14	
1	1	8	28	15	
2	3	9	28	16	
3	6	10		17	
4	6	11		18	
5	10	12		19	
6	16	13		20	

# Ģeometriskie raksti: vienādleņķu taisnes

Dim	Taisnes maksimālajā komplektā	Dim	Taisnes maksimālajā komplektā	Dim	Taisnes maksimālajā komplektā
0	0	7	28	14	
1	1	8	28	15	
2	3	9	28	16	
3	6	10	28	17	
4	6	11		18	
5	10	12		19	
6	16	13		20	

# Ģeometriskie raksti: vienādleņķu taisnes

Dim	Taisnes maksimālajā komplektā	Dim	Taisnes maksimālajā komplektā	Dim	Taisnes maksimālajā komplektā
0	0	7	28	14	
1	1	8	28	15	
2	3	9	28	16	
3	6	10	28	17	
4	6	11	28	18	
5	10	12		19	
6	16	13		20	

# Ģeometriskie raksti: vienādleņķu taisnes

Dim	Taisnes maksimālajā komplektā	Dim	Taisnes maksimālajā komplektā	Dim	Taisnes maksimālajā komplektā
0	0	7	28	14	
1	1	8	28	15	
2	3	9	28	16	
3	6	10	28	17	
4	6	11	28	18	
5	10	12	28	19	
6	16	13		20	

# Ģeometriskie raksti: vienādleņķu taisnes

Dim	Taisnes maksimālajā komplektā	Dim	Taisnes maksimālajā komplektā	Dim	Taisnes maksimālajā komplektā
0	0	7	28	14	
1	1	8	28	15	
2	3	9	28	16	
3	6	10	28	17	
4	6	11	28	18	
5	10	12	28	19	
6	16	13	28	20	

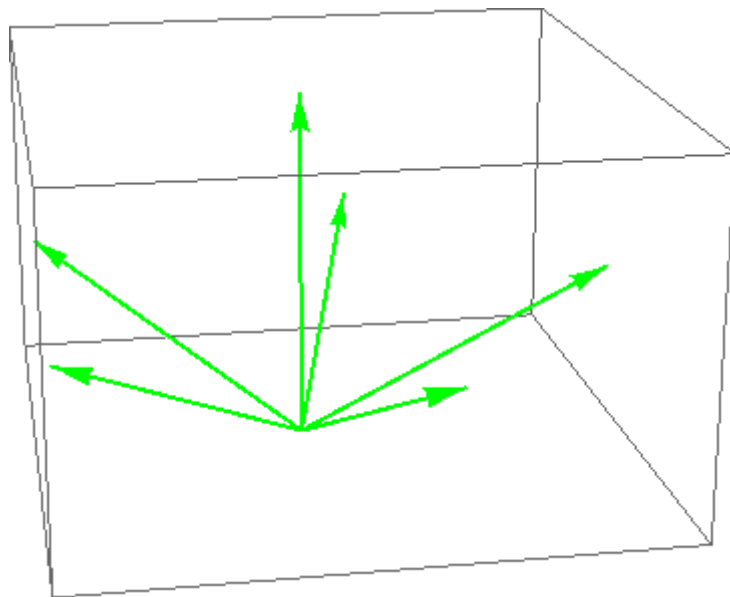
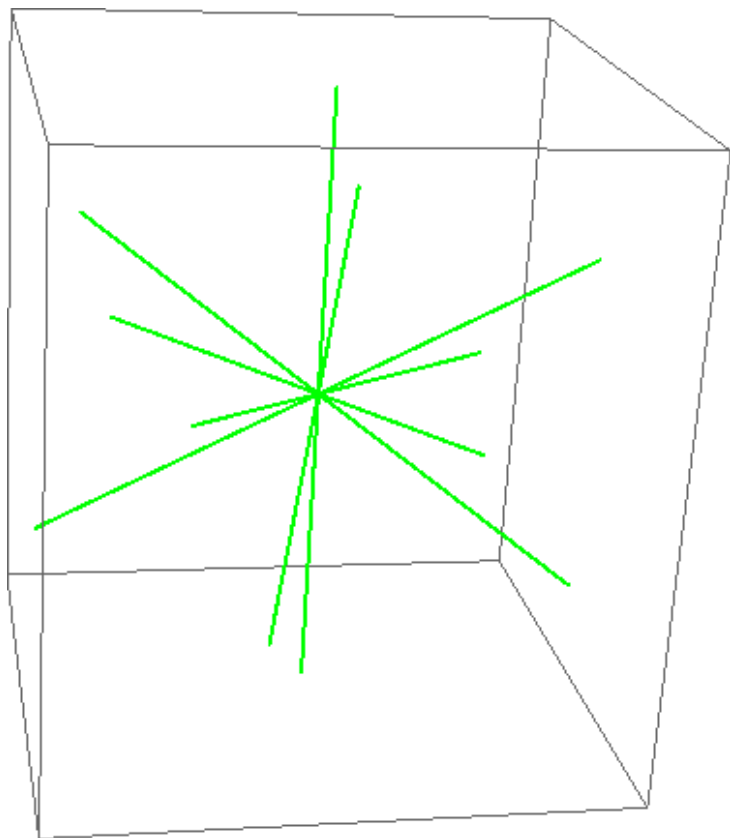
# Ģeometriskie raksti: vienādleņķu taisnes

Dim	Taisnes maksimālajā komplektā	Dim	Taisnes maksimālajā komplektā	Dim	Taisnes maksimālajā komplektā
0	0	7	28	14	28 vai 29
1	1	8	28	15	
2	3	9	28	16	
3	6	10	28	17	
4	6	11	28	18	
5	10	12	28	19	
6	16	13	28	20	

# Ģeometriskie raksti: vienādleņķu taisnes

Dim	Taisnes maksimālajā komplektā	Dim	Taisnes maksimālajā komplektā	Dim	Taisnes maksimālajā komplektā
0	0	7	28	14	28 vai 29
1	1	8	28	15	36
2	3	9	28	16	40 vai 41
3	6	10	28	17	48 līdz 50
4	6	11	28	18	48 līdz 61
5	10	12	28	19	72 līdz 76
6	16	13	28	20	90 līdz 96

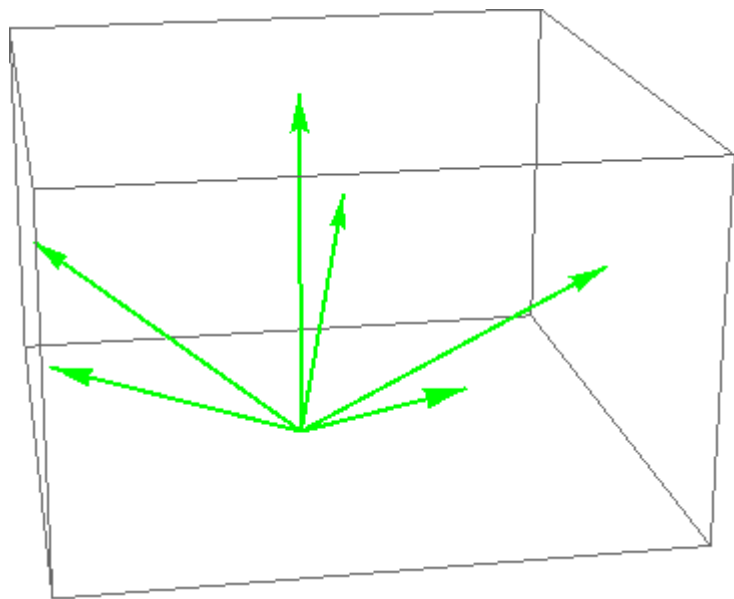
# Ģeometriskie raksti: vienādlenķu vektori



$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ \frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{5}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{5}} \\ -\frac{1}{2} - \frac{1}{2\sqrt{5}} & -\sqrt{\frac{1}{10}(5-\sqrt{5})} & \frac{1}{\sqrt{5}} \\ -\frac{1}{2} - \frac{1}{2\sqrt{5}} & \sqrt{\frac{1}{10}(5-\sqrt{5})} & \frac{1}{\sqrt{5}} \\ \frac{1}{2} - \frac{1}{2\sqrt{5}} & -\sqrt{\frac{1}{10}(5+\sqrt{5})} & \frac{1}{\sqrt{5}} \\ \frac{1}{2} - \frac{1}{2\sqrt{5}} & \sqrt{\frac{1}{10}(5+\sqrt{5})} & \frac{1}{\sqrt{5}} \end{pmatrix}$$



# Ģeometriskie raksti: vienādleņķu vektori



$$\mathbf{v}_i \in \mathbb{R}^3$$

$n$  – vektoru skaits sistēmā

$$\mathbf{v}_i \cdot \mathbf{v}_j = \pm \frac{1}{\sqrt{n-1}}, i \neq j$$

$$\mathbf{v}_i \cdot \mathbf{v}_i = 1$$

$$\begin{pmatrix} \frac{0}{2} - \frac{1}{\sqrt{5}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{5}} \\ -\frac{1}{2} - \frac{1}{2\sqrt{5}} & -\sqrt{\frac{1}{10}(5-\sqrt{5})} & \frac{1}{\sqrt{5}} \\ -\frac{1}{2} - \frac{1}{2\sqrt{5}} & \sqrt{\frac{1}{10}(5-\sqrt{5})} & \frac{1}{\sqrt{5}} \\ \frac{1}{2} - \frac{1}{2\sqrt{5}} & -\sqrt{\frac{1}{10}(5+\sqrt{5})} & \frac{1}{\sqrt{5}} \\ \frac{1}{2} - \frac{1}{2\sqrt{5}} & \sqrt{\frac{1}{10}(5+\sqrt{5})} & \frac{1}{\sqrt{5}} \end{pmatrix}$$

# SIC-POVM: vienādleņķu vektori

---

$d$  – dimensiju skaits

$$\mathbf{v}_i \in \mathbb{C}^d$$

$n$  – vektoru skaits sistēmā;  $\max n = d^2$

$$\mathbf{v}_i \cdot \mathbf{v}_j = \pm \frac{1}{\sqrt{d+1}}, i \neq j$$

$$\mathbf{v}_i \cdot \mathbf{v}_i = 1$$

SIC-POVM: symmetric, informationally complete, positive operator valued measure

# SIC-POVM: vienādleņķu vektori

---

$$(0,1) \quad \left( \sqrt{\frac{2}{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}} \right) \quad \left( \sqrt{\frac{2}{3}} e^{\frac{2i\pi}{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}} \right) \quad \left( \sqrt{\frac{2}{3}} e^{\frac{4i\pi}{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}} \right)$$

$$d = 2$$

$$\mathbf{v}_i \in \mathbb{C}^2$$

$$\mathbf{v}_i \cdot \mathbf{v}_j = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}, i \neq j$$

$$\mathbf{v}_i \cdot \mathbf{v}_i = 1$$

# Kvantu dizaini

---

Projekcijas operatoru kopas (matricu kopas).

Sfēriskie kvantu dizaini – kompleksi sfēriskie dizaini.

Unitārie kvantu dizaini – elementu kopa  $d$ -dimensionālu unitāro matricu grupā  $U(d)$ , kas grupā  $U(d)$  pilda analogu lomu kādu uz sfēras pilda sfērisko dizainu punkti.

**Darba mērķi:** pētīt kvantu dizainus...

# MUB – Savstarpēji nenoslēgtas bāzes

---

$d$  – dimensiju skaits

$m$  – bāžu skaits;  $\max m = d + 1$

$\mathbf{v}_i \in \mathbb{C}^d$

$\mathbf{v}_i \cdot \mathbf{v}_j = \delta_{ij}$ ,  $\mathbf{v}_i, \mathbf{v}_j$  – vienā bāzē

$\mathbf{v}_i \cdot \mathbf{v}_j = \pm \frac{1}{\sqrt{d}}$ ,  $\mathbf{v}_i, \mathbf{v}_j$  – dažādās bāzēs

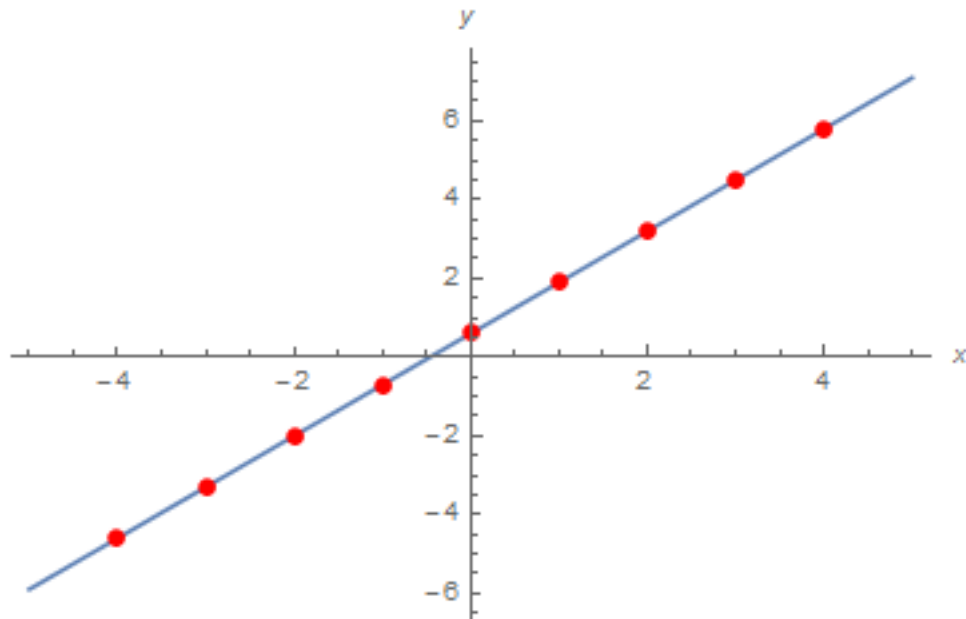
$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ -1/\sqrt{2} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} i/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ i/\sqrt{2} \end{pmatrix}$$

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ i & -i \end{pmatrix} \right\}$$

MUB: mutually unbiased bases

# Saistītie uzdevumi... Lineāras funkcijas

---



$$\Delta x = \text{const} \rightarrow \Delta y = \text{const}$$

# Saistītie uzdevumi: Nelineāras funkcijas

---

$$\Delta x = \text{const} \rightarrow \{\Delta y\} = \{y\}$$

$$x, y \in \mathbb{Z}_5$$

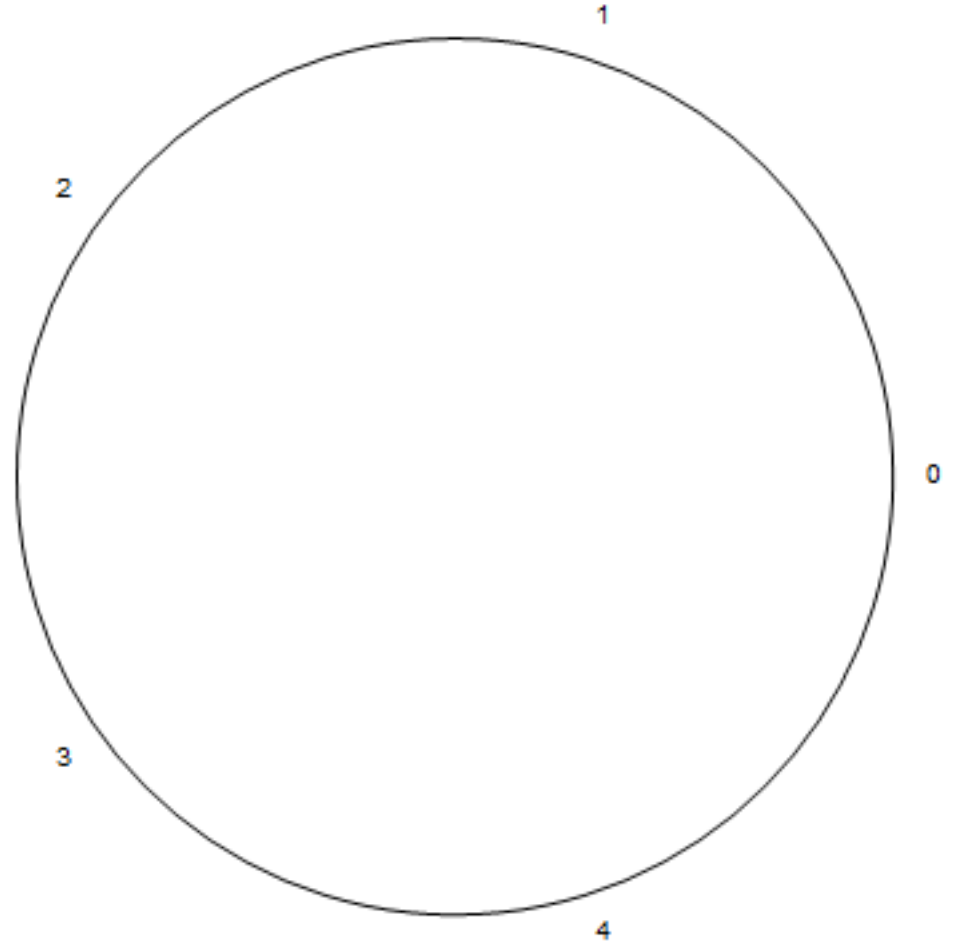
$$f(0) = 0$$

$$f(1) = 1$$

$$f(2) = 4$$

$$f(3) = 4$$

$$f(4) = 1$$



# Saistītie uzdevumi: Nelineāras funkcijas

---

$$f: G \rightarrow G'$$

$$G = \mathbb{Z}_{d_1} \times \mathbb{Z}_{d_2} \times \mathbb{Z}_{d_3} \times \mathbb{Z}_{d_4} \times \dots$$

$$G' = \mathbb{R}_{d'_1} \times \mathbb{R}_{d'_2} \times \mathbb{R}_{d'_3} \times \mathbb{R}_{d'_4} \times \dots$$

$$\begin{cases} i + j = k + l \\ \{i, j\} \neq \{k, l\} \end{cases} \rightarrow f(i) + f(j) - f(k) - f(l) \text{ ir vesela nenulles komponente}$$



# Paldies par uzmanību!

---

