

Spēļu teorija kā instruments un Bella nevienādības

Agnis Škuškovniks,
Latvijas Universitātes
Datorikas fakultāte

Saturs

- ▶ Tehniskie jautājumi un virzība
- ▶ Īss ieskats PBR teorijā
- ▶ Spēļu teorija, kvantu spēļu teorija
- ▶ CHSH spēle – atšķirība starp Klasisko un Kvantu skaitļošanu



Zinātniskie raksti

- ▶ „Worst case analysis of non-local games”
- ▶ A.Ambainis, A.Bačkurs, K.Balodis, A.Škuškovniks, J.Smotrovs, M.Virza.
- ▶ Referāts un abstrakta publikācija konferencē CiE 2012, Kembridža, Lielbritānija, (publicēts rakstu krājumā)

- ▶ „N-player nonlocal games with worst-case distribution on inputs” A. Škuškovniks,
- ▶ K. Balodis. Posteris konferencē CEQIP 2011, Znojmo, Czech Republic, 02.06.2011 –
- ▶ 05.06.2011

- ▶ „Quantum queries on permutations”
- ▶ T.Mischenko-Slatenkova, A.Skuskovniks, A.Vasilieva, R.Tarasovs, R.Freivalds.
- ▶ Prezentācija konferencē SOFSEM 2013, Čehija, 26.01.2013 - 30.01.2013

- ▶ „Weak Computation by Frequency Finite-State Transducers”
- ▶ K.Balodis, K.Jēriņš, I.Kucevalovs, A.Škuškovniks, R.Freivalds.
- ▶ Prezentācija konferencē TPNC 2012, Spānija (publicēts rakstu krājumā)

- ▶ „On languages not recognizable by one-way measure many quantum finite automaton”
- ▶ A.Škuškovniks, LU raksti 787, 2012

- ▶ „Klasiskā un kvantu spēļu teorija” Dalība ar prezentāciju „LU un LMT Datorzinātņu
- ▶ dienas”, Ratnieki, Latvija, 8.08.2011 – 10.08.2011

- ▶ Abstrakta publikācija un piedalīšanās konferencē ar referātu “Descriptive complexity of
- ▶ Quantum Computers” A. Škuškovniks, American Mathematical Society, 2007 Spring
- ▶ Eastern Section Meeting, Hoboken, NJ, April 14-15, 2007, Meeting #1026



Virzība un vīzija

- Tēmas:

- Spēļu teorija (kvantu spēļu teorija)
 - Kvantu stāvokļa interpretācijas
-
- Bella teorēma – CHSH modelis (spēle)
 - PBR teorēma – ???

(Pusey, Barrett, Rudolph)

- Disertācijai vajadzīgs:

- 2 «labas» publikācijas

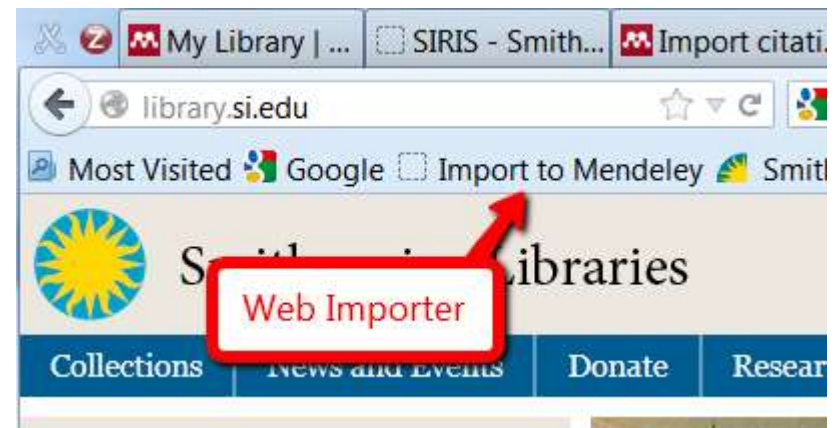


- Blakus tēmas:

- Automātu teorija, dažādi modeļi:
 - Frequency Finite-State Transducers
 - Ultrametric Finite-State Automaton (?)
- Melnie caurumi, Firewall paradox, algoritma sarežģītība kā no-go nosacījums

- Reklāma – Ļoti vērtīgs kurss: Pētnieciskās metodes datorikā (D. Šmite)
-

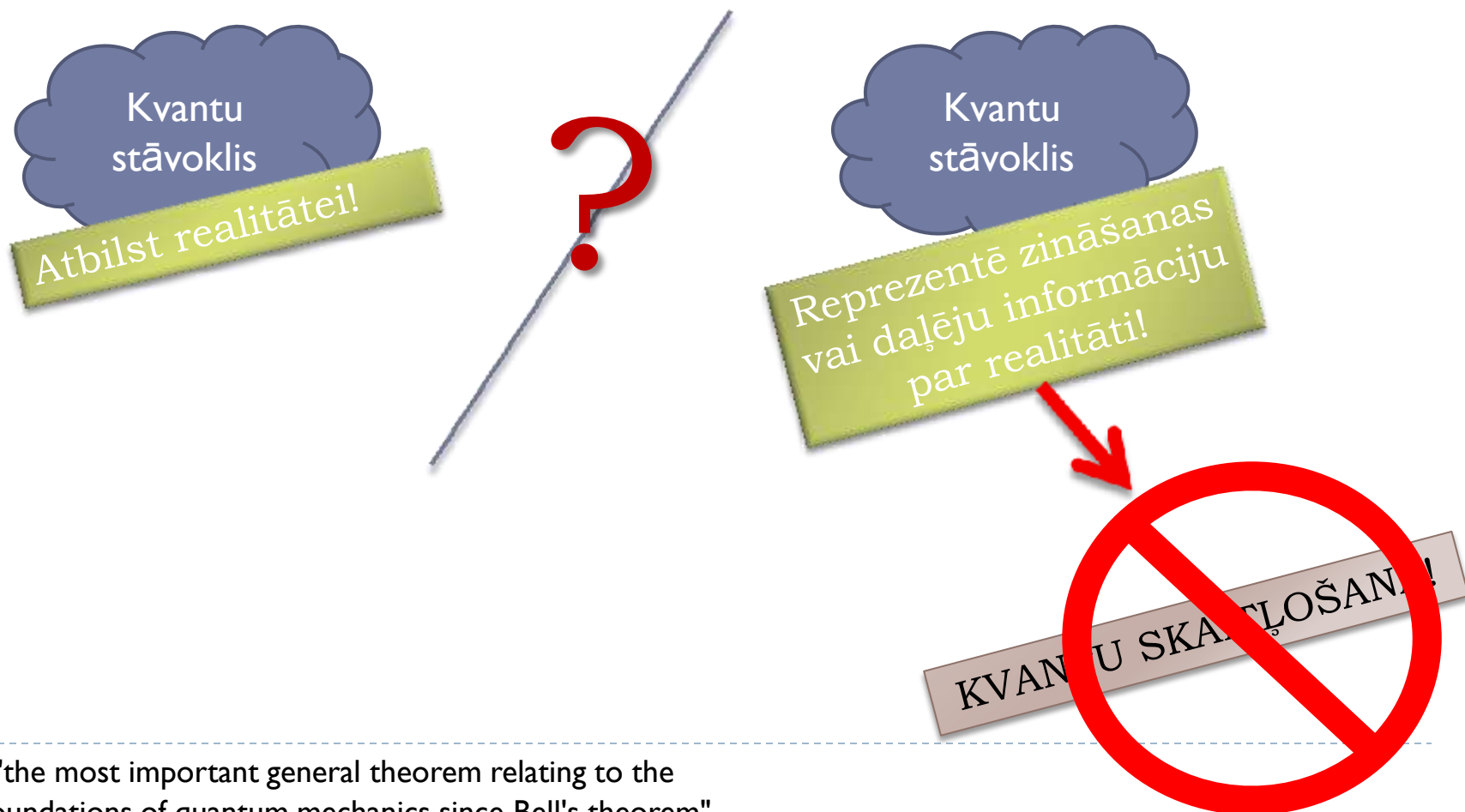




PBR teorēma

- «**The quantum state cannot be interpreted statistically**»

(Pusey, Barrett, Rudolph)



- "the most important general theorem relating to the foundations of quantum mechanics since Bell's theorem"

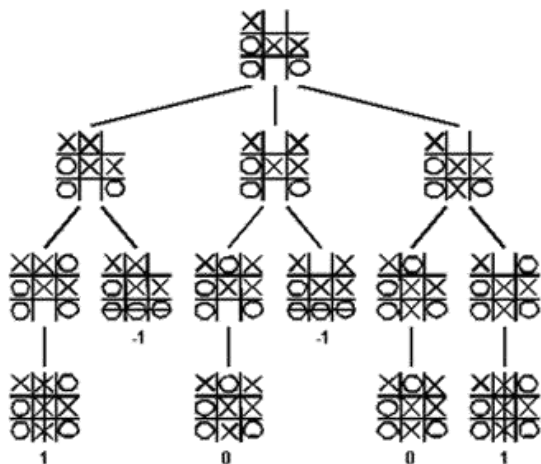
Kas ir spēļu teorija?

- Spēļu teorija pēta vairāku spēlētāju lēmumu pieņemšanas procesu, kurā spēlētājiem jāizdara izvēles, kas potenciāli ietekmē citus spēlētājus

▶ Antoine Cournot (in 1838); John von Neumann (in 1928); John Nash (in 1950)

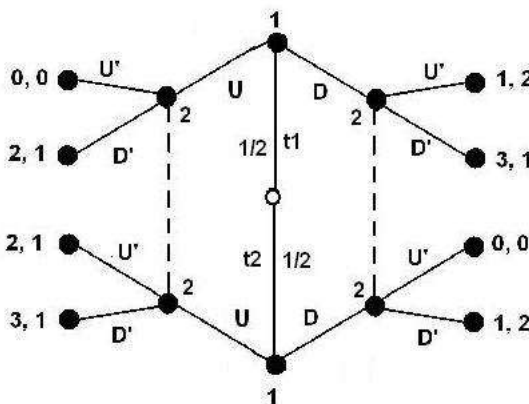
“Kvalitāte-pirkums” spēle

	pirkt	nepirkt
augsta	(2; 2)	(0; 1)
zema	(1; 0)	(1; 1)



“Battle of sexes” spēle

	opera	futbols
opera	(3; 2)	(0; 0)
futbols	(0; 0)	(2; 3)



Rock-Paper-Scissors-Lizard-Spock



Kas ir kvantu spēļu teorija?

- ▶ Kvantu spēļu teorija ir klasiskās spēļu teorijas paplašinājums, izmantojot kvantu fizikas parādības
- ▶ 3 atšķirības:
 - ▶ **Sākuma stāvokļi ir sapīti** (zināms, ka tas nedod papildus komunikācijas iespēju)
 - ▶ **Sākuma stāvokļu superpozīcija**
 - ▶ Stratēģiju pielietojums kā **kvantu transformācija**



Kvantu spēļu veidi

▶ **Nonlocal spēles**

- ▶ Kvantu *nonlocality* un klasiskā “*hidden variable*” īpašību ilustrēšana; Bella teorēmas ilustrācija

▶ **Stratēģisko spēļu kvantu analogi** (normālformas spēles)

- ▶ Esošu spēļu pārvešana kvantu pasaulē

▶ **Izvērstas formas spēles**

- ▶ Dažādi izvērsti ierobežojumi spēlētāju darbībām



Stratēģiskās spēles

		Henry	
		Not Guilty	Guilty
Dave	Not Guilty	 2 Years	 5 Years 1 Yr.
	Guilty	 5 Years 1 Yr.	 3 Years

Copyright 2005 - Investopedia.com

- ▶ Neša līdzsvars
 - ▶ Guilty-Guilty
- ▶ *Dabiska* izvēle
(ar komunikāciju)
 - ▶ Not Guilty – Not Guilty
- ▶ Ja spēlētājie pieejams sapīti kvantu biti – spēlētāji nonāk pie “*dabiskā*” rezultāta

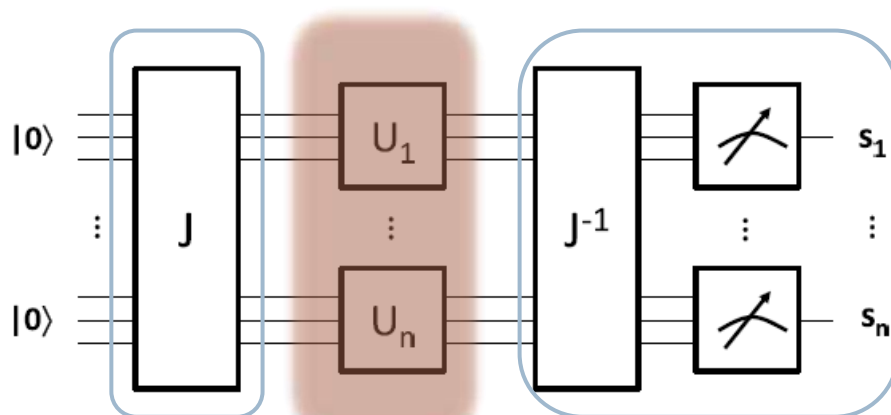
Balsošanas modelis

Dmitrija Kravčenko rezultāts

Vēlēšanu rezultātu ieguvuma

matrica	P1	P2	P3	P4
Cilvēks – A3	0	0	3	2
Cilvēks – B2	0	3	0	2
Cilvēks – C1	3	0	0	2

- Klasiskais modelis
 - Spēlētājam “izdevīgi balsot par savu partiju” (Neša līdzsvars)
 - Rezultāts – 3 partiju neizšķirts
→ Spēlētāja ieguvums: $3 * 1/3 = 1$
- Kvantu modelis
 - Spēles elementi tiek modificēti atbilstoši kvantu spēļu analīzes modelim
 - Spēlētājam pieejams sapīts kvz bits
 - Rezultāts – Uzvar P4
→ Spēlētāja ieguvums: **2**



Nonlocal spēles

- ▶ Parāda klasiskās un kvantu fizikas atšķirības datorzinātniekiem *saprotamā* veidā
- ▶ Ilustrē Bella teorēmu
- ▶ Parasti kooperatīvas spēles, kur spēlētāji kopā spēlē pret tiesnesi
 - ▶ Spēlētājiem dota informācija no zināmas **ievada** kopas
 - ▶ Spēlētāji **izvada** atbildi (parasti bitu)
 - ▶ Mērķis – panākt ievada un izvada **korelāciju** (atbilstoši kādai iepriekš zināmai funkcijai)
 - ▶ Spēlētāji zin kā spēlē tiesnesis (t.i. Zin vērtēšanas algoritmu)
 - ▶ Spēlētāji pirms spēles drīkst komunicēt un vienoties par algoritmu
 - ▶ Kvantu modelī iegūstot augstāku rezultātu nekā klasiskajā, tiek ilustrēts Bella teorēmas rezultāts



Bella nevienādības Datorzinātnē

- ▶ Datorzinātnē:

- ▶ CHSH nevienādība

- ▶ $\mathbf{A_0B_0 + A_0B_1 + A_1B_0 - A_1B_1} \leq 2$

- ▶ $A, B \in [-1, 1]$

- ▶ Atļaujot kvantu skaitļošanas efektus:

- ▶ $\mathbf{A_0B_0 + A_0B_1 + A_1B_0 - A_1B_1} = 2\sqrt{2}$

- ▶ $A, B \in \text{kvantu stāvokļi ar īpašvērtībām} \in [-1, 1]$



Bella nevienādība - CHSH spēle

- ▶ Ievaddati: $\mathbf{a}, \mathbf{b} \in \{0, 1\}$
- ▶ Izvaddati: $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in \{0, 1\}$

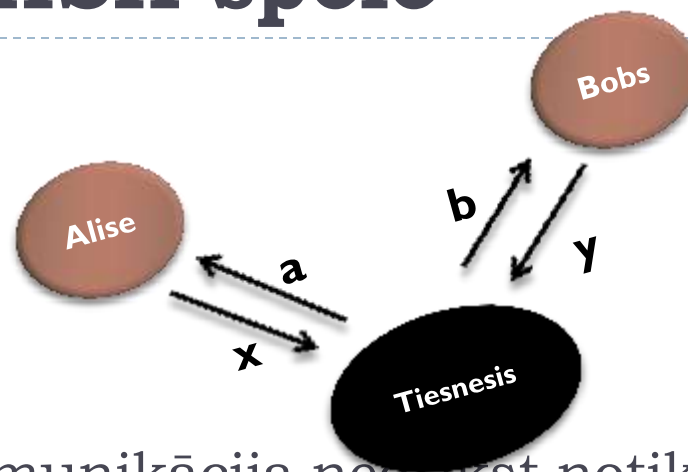
- ▶ Noteikumi:

- ▶ Pēc ievaddatu saņemšanas komunikācija nedrīkst notikt
- ▶ Spēlētāji uzvar,
 - Ja $a=b=1$, tad $x \oplus y = 1$
 - Ja $a=0$ vai $b=0$, tad $x \oplus y = 0$

- ▶ Klasiskā situācijā $\Pr[\mathbf{x} \oplus \mathbf{y} = \mathbf{a} \wedge \mathbf{b}] \leq 0.75$

- ▶ Bet, ja spēlētājiem pieejams sapīts stāvoklis $|00\rangle - |11\rangle$

- ▶ $\Pr[\mathbf{x} \oplus \mathbf{y} = \mathbf{a} \wedge \mathbf{b}] = \cos^2(\pi/8) = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}\sqrt{2} = \mathbf{0.853...}$



a	b	$x \oplus y$
00		0
01		0
10		0
11		1

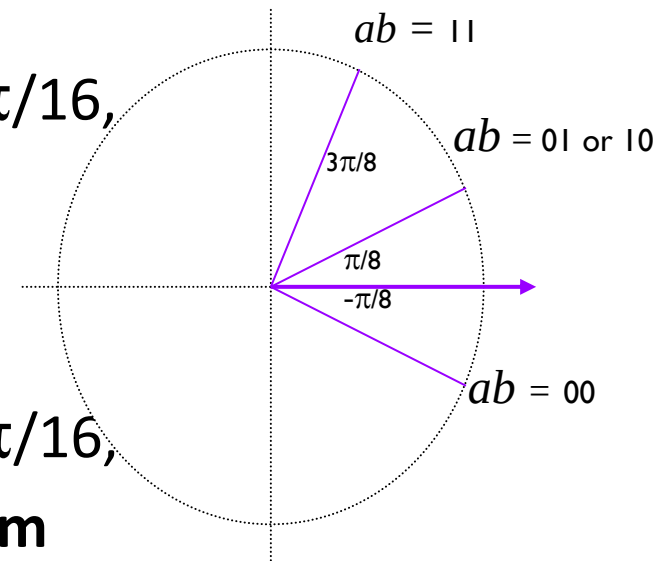
CHSH spēles kvantu stratēģija

- ❖ Alisei un Bobam pieejami sapīti kvantu biti

$$|\phi\rangle = |00\rangle - |11\rangle$$

- ❖ **Alise:** ja $a = 0$, tad rotācija pa leņķi $\theta_A = -\pi/16$, citādi rotācija pa leņķi $\theta_A = +3\pi/16$ un tad veicam **mērījumu**

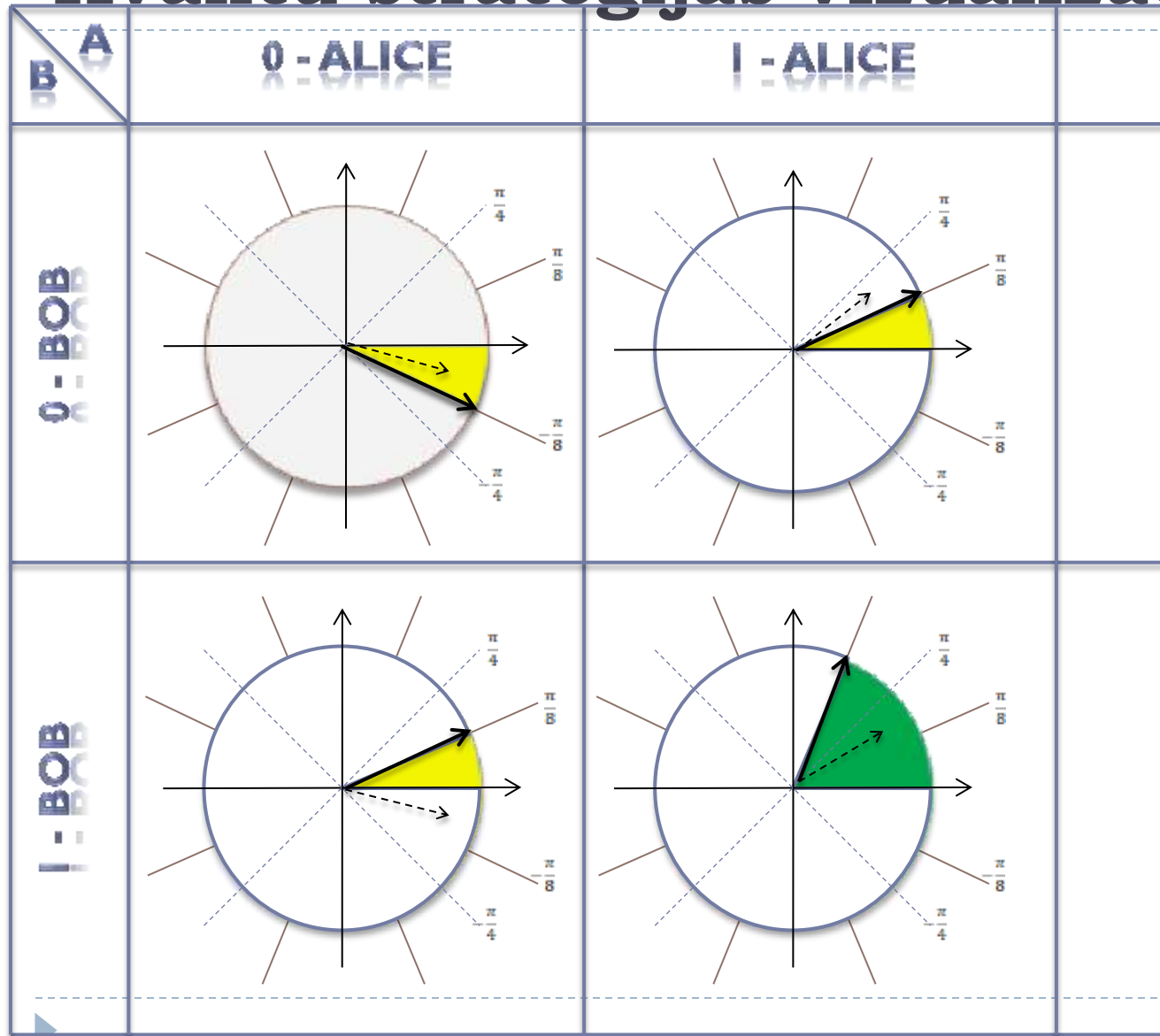
- ❖ **Bobs:** ja $b = 0$, tad rotācija pa leņķi $\theta_B = -\pi/16$, tad rotācija pa leņķi $\theta_B = +3\pi/16$ un **mērām**



Uzvaras varbūtība:

$$\Pr[a \oplus b = s \wedge t] = \cos^2(\pi/8) = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}\sqrt{2} = \mathbf{0.853...}$$

Kvantu stratēģijas vizualizācija



Uzvaras varbūtība:
 $\Pr[a \oplus b = s \wedge t] =$
 $= \cos^2(\pi/8) = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}\sqrt{2} =$
 $= \mathbf{0.853...}$

• 2110 •

T. BRZUSTOWSKI
A. LEGGETT

ALICE



Paldies

Izmantotie materiāls:

- ▶ <http://library.thinkquest.org/C008537/cool/bellsinequality/bellsinequality.html>
- ▶ W. Dam, P. Grunwald, R. Gill “The statistical strength of nonlocality proofs”
- ▶ J. Watrous, University of Calgary lecture notes in “Quantum computation”
- ▶ R. Cleve, University of Waterloo Lecture notes in “Introduction to Quantum Information Processing”





