

Kvantu galīga automāta daļēja realizācija fiziskā kvantu datorā

Autors: Mārtiņš Kālis

Darba vadītājs: Prof. Andris Ambainis, Dr. sc. comp.

Latvijas Universitāte

09.01.2019.

Balstīts uz autora maģistra darba rezultātiem un uzstāšanos 2018. gada
Latvijas–Igaunijas teorijas dienas datorzinātnēs.

Saturs

- 1 Galīgais automāts
- 2 Būtiskais par fiziskiem kvantu datoriem
- 3 Kvantu galīgais automāts
 - Definīcija
 - Viena kubita automāts
 - Vairāku kubitu automāts
- 4 Rezultāti
 - Viena kubita automāts — *IBM QE*
 - Trīs kubitu automāts — *IBM QE*
 - Viena kubita automāts — *Rigetti*

Galīgais automāts

$$\mathcal{M} = (Q, \Sigma, \delta, q_0, Q_{\text{acc}}, Q_{\text{rej}}),$$

- Q — galīga stāvokļu kopa
- Σ — ieejas alfabēts
- δ — stāvokļu pārejas funkcija
- q_0 — sākuma stāvoklis
- Q_{acc} — akceptējošo stāvokļu kopa
- Q_{rej} — noraidošo stāvokļu kopa.

Automāta \mathcal{M} *darba alfabēts* ir $\Gamma = \Sigma \cup \{\emptyset, \$\}$.

Būtiskais par fiziskiem kvantu datoriem

Kubitu kvalitāte (T_1 , T_2).

Loģisko elementu kvalitāte.

Fiziskie kubitu savienojumi.

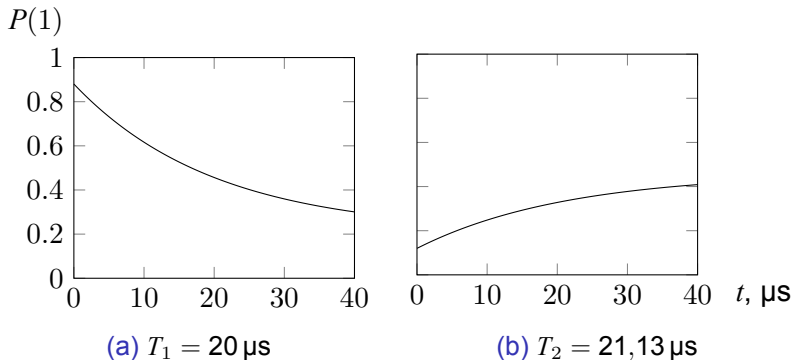
Unitāro transformāciju uzdošana

ar citiem loģiskajiem elementiem (*IBM QE*),
ar matricu (*Rigetti*).

Kompilatora ietekme uz kvantu efektiem.

Mijiedarbības ar klasiskajiem bitiem.

Kubitu kvalitāte (T_1 , T_2).



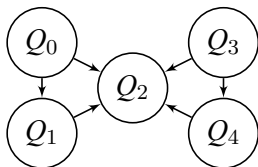
1. att. T_1 , T_2 noteikšanas eksperimentos iegūtā varbūtība pēc laika t mērījuma rezultātā nolasīt vērtību 1. Parametri no *qiskit Tutorial*.

Loģisko elementu kvalitāte.

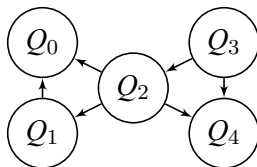
Sākotnējais stāvoklis	Iznākuma relatīvais biežums			
	00	01	10	11
00	0.714	0.147	0.073	0.065
01	0.318	0.564	0.051	0.066
10	0.129	0.070	0.737	0.063
11	0.091	0.109	0.142	0.658

1. tabula. $(\text{CNOT}(Q_1 \rightarrow Q_0))^{16}$ rezultāti. Eksperimenti veikti 22.01.2018. Treknrakstā teorētiski sagaidāmā rezultāta relatīvais biežums. Izpildes laikā *ibmqx4* pēdējās kalibrācijas rādītāji: $T_1(Q_0) = 50.5\mu\text{s}$, $T_2(Q_0) = 25.7\mu\text{s}$, $T_1(Q_1) = 45.0\mu\text{s}$, $T_2(Q_1) = 39.6\mu\text{s}$, $\text{CNOT}(Q_1 \rightarrow Q_0)$ kļūda 0.0233, Mērījuma kļūda Q_0 — 0.054, Q_1 — 0.04. $n = 1024$.

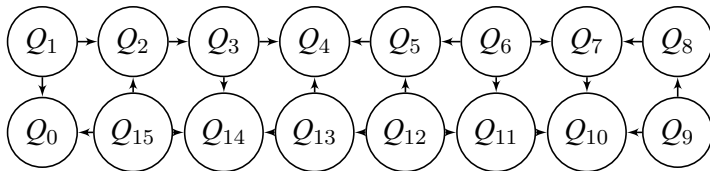
Fiziskie kubitu savienojumi (*IBM QE*).



(a) *ibmqx2*



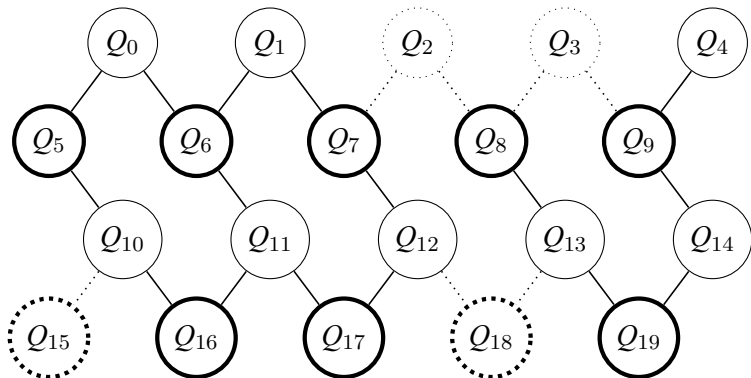
(b) *ibmqx4*



(c) *ibmqx5*

2. att. *IBM Quantum Experience* procesoru fiziski realizēto CNOT elementu virzieni.

Fiziskie kubitu savienojumi (*Rigetti*).



3. att. *Rigetti* Q19–*Acorn* procesoru fiziskie CZ savienojumi. Ar šauru līniju attēloti fiksētas frekvences kubiti (*transmoni*). Ar biezu līniju ir attēloti mainīgas frekvences kubiti (*fluksoni*).

Kvantu galīgais automāts

[1] Andris Ambainis and Nikolajs Nahimovs. Improved constructions of quantum automata. *Theoretical Computer Science*, 410(20):1916–1922, 2009.

$$\mathcal{M} = (Q, \Sigma, \delta, q_0, Q_{\text{acc}}, Q_{\text{rej}}),$$

- Q — galīga stāvokļu kopa
- Σ — ieejas alfabēts
- δ — stāvokļu pārejas funkcija
- q_0 — sākuma stāvoklis
- Q_{acc} — akceptējošo stāvokļu kopa
- Q_{rej} — noraidošo stāvokļu kopa.

Automāta \mathcal{M} darba alfabēts ir $\Gamma = \Sigma \cup \{\emptyset, \$\}$.

Viena kubīta galīgais automāts

$$Q = \{|0\rangle, |1\rangle\}$$

$$q_0 = |0\rangle$$

$$Q_{\text{acc}} = \{|0\rangle\}$$

$$Q_{\text{rej}} = \{|1\rangle\}$$

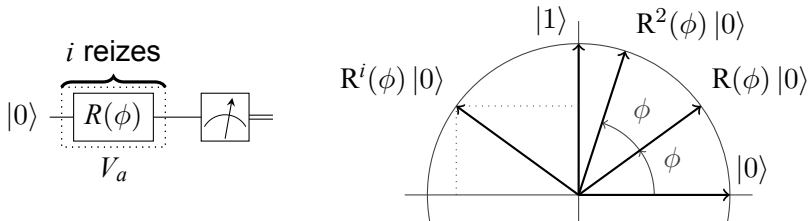
$$\Sigma = \{a\}$$

Automāts, ielasot simbolu a , veic sekojošo transformāciju

$V_a = R(\phi)$, kur $\phi = 2\pi/p$:

$$|0\rangle \longrightarrow \cos \phi |0\rangle + \sin \phi |1\rangle$$

$$|1\rangle \longrightarrow -\sin \phi |0\rangle + \cos \phi |1\rangle$$



Ar M_{k_i} , kur $k_i \in \{1, \dots, p-1\}$, $i \in \{1, \dots, 2^{n-1}\}$, apzīmēsim kvantu galīgo automātu, kur:

$$Q = \{|i,0\rangle, |i,1\rangle\}$$

$$q_0 = |i,0\rangle$$

$$Q_{\text{acc}} = \{|i,0\rangle\}$$

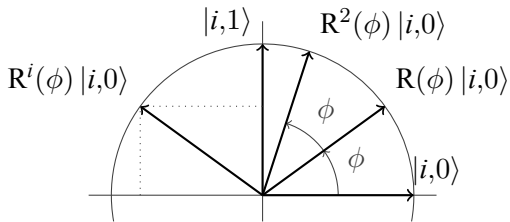
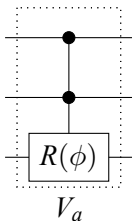
$$Q_{\text{rej}} = \{|i,1\rangle\}$$

$$\Sigma = \{a\}$$

Automāts M_{k_i} , ielasot simbolu a , veic sekojošo transformāciju
 $V_a = R(\phi)$, kur $\phi = 2\pi k_i/p$:

$$|i,0\rangle \longrightarrow \cos \phi |i,0\rangle + \sin \phi |i,1\rangle$$

$$|i,1\rangle \longrightarrow -\sin \phi |i,0\rangle + \cos \phi |i,1\rangle$$



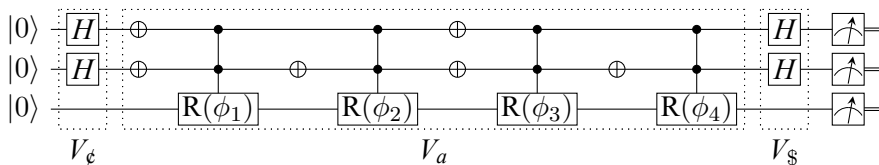
Automāta $M_{k_{11}}$ transformācijas
 V_a piemērs.

n kubītu galīgais automāts

$$\begin{aligned}Q &= \{|s\rangle \mid s \in \{0,1\}^n\} \\q_0 &= |0 \dots 0\rangle \\Q_{\text{acc}} &= \{|0 \dots 0\rangle\} \\Q_{\text{rej}} &= Q \setminus Q_{\text{acc}} \\ \Sigma &= \{a\}\end{aligned}$$

Trīs kubītu automāta gadījumā aprakstītais automāts M ir $\{M_{k_i}\}_{i=1}^4$ automātu kombinācija. Teorētiski transformācija V_a šādā automātā ir vienkārši aprakstāma — tā ir sekojošā bloku diagonāla 8×8 matrica, kur V_{k_i} apzīmē automāta M_{k_i} transformāciju, ielasot simbolu a , un tukšajās pozīcijas ir vērtība 0:

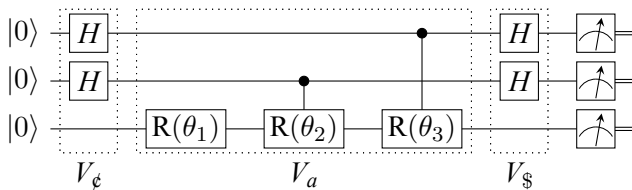
$$V_a = \begin{pmatrix} V_{k_1} & & & \\ & V_{k_2} & & \\ & & V_{k_3} & \\ & & & V_{k_4} \end{pmatrix}$$



Trīs kubītu QFA kvantu shēmas diagramma pie $i = 1$. Naivā realizācija.

[1] rezultāts — varbūtība pēc α^j ielasīšanas mērījuma rezultātā iegūt akceptējošu stāvokli $0 \dots 0$ ir

$$\left(\frac{1}{2^n} \sum_{i=1}^{2^n} \cos \frac{2\pi k_{ij}}{p} \right)^2$$



Trīs kubītu QFA kvantu shēmas diagramma pie $i = 1$.
Optimizēta versija.

Viena kubita automāta mērījumu rezultāti — IBM QE

i	0	1	r	p_i
11	0,891	0,109	0,891	1,000
14	0,183	0,817	0,817	0,980
107	0,520	0,480	0,480	0,980
107*	0,276	0,724	0,724	0,980
110	0,550	0,450	0,550	1,000
110*	0,773	0,227	0,773	1,000

Viena kubita automāta rezultāti pie vārda a^i , $ibmqx4$, mēģinājumu skaits: 1000 katrai i vērtībai. Datums: 09.05.2018. Izpildē izmantotā Q_1 tehniskā informācija: $T_1 = 43,8\mu s$, $T_2 = 14,4\mu s$, viena kubita loģiskā elementa izpildes kļūda: 0,086%, mērījuma kļūda: 5,4%. Eksperimenti 107* un 110* izpildīti ar kubitu Q_2 : $T_1 = 48,9\mu s$, $T_2 = 53,8\mu s$, viena kubita loģiskā elementa izpildes kļūda: 0,094%, mērījuma kļūda: 7,9%. p_i — teorētiskā pareizās atbildes varbūtība. r — pareizās atbildes relatīvais biežums.

Trīs kubītu automāta mērījumu rezultāti — *IBM QE*

N/O	i	r	p_t
N	1	0,809	0,987
O	1	0,969	0,987
N	2	0,840	0,888
O	2	0,773	0,888
O	4	0,840	0,948
O	11	0,187	1,000

Trīs kubītu automāts, *ibmqx5*. Optimizētā algoritma secība: Q_{11}, Q_{10}, Q_9 . Naivā algoritma secība: Q_{11}, Q_8, Q_7 . r — pareizās atbildes relatīvais biežums. p_t — teorētiskā pareizās atbildes varbūtība.

Viena kubita automāta mērījumu rezultāti — Rigetti

i	0	1	r	p_t
1	0,673	0,327	0,327	0,292
11	0,833	0,167	0,833	1,000
14	0,225	0,775	0,775	0,980
107	0,479	0,521	0,521	0,980
110	0,532	0,468	0,532	1,000

Rigetti viena kubita kvantu galīgā automāta rezultāti. p_t — teorētiskā pareizās atbildes varbūtība. r — pareizās atbildes relatīvais biežums.

Rezultāti un secinājumi

Šobrīd pieejamie kvantu datoru veikspēju būtiski ierobežo kubitu *dzīves ilgums* un loģisko elementu izpildes kļūdas. Kvantu algoritmu rezultātus fiziskās ierīcēs var būtiski uzlabot, ņemot vērā to kubitu savienojumu un trokšņu profilus.

Galīgais automāts
Būtiskais par fiziskiem kvantu datoriem
Kvantu galīgais automāts
Rezultāti

Viena kubita automāts — *IBM QE*
Trīs kubitu automāts — *IBM QE*
Viena kubita automāts — *Rigetti*

Paldies par uzmanību!

Jautājumi?